

Análisis marginal y modelación cuadrática de la relación entre ventas y utilidad en empresas de Los Ríos, Ecuador

Marginal Analysis and Quadratic Modeling of the Sales–Profit Relationship in Firms from Los Ríos, Ecuador

Luz María Quinde Arreaga ¹, John Aníbal Herrera Rivera ², Jenny Marlene Maldonado Castro ³, Mariana Del Rocío Reyes Bermeo ⁴ y Marco Fernando Villarroel Puma ⁵

¹ Universidad Técnica Estatal de Quevedo, Ecuador, Quevedo; <https://orcid.org/0009-0009-2306-4561>

² Universidad de Guayaquil, Ecuador, Guayaquil; <https://orcid.org/0000-0003-3689-9006>; john.herrerar@ug.edu.ec

³ Universidad Técnica Estatal de Quevedo, Ecuador, Quevedo; <https://orcid.org/0000-0003-1531-7695>; jmaldonado@uteq.edu.ec

⁴ Universidad Técnica Estatal de Quevedo, Ecuador, Quevedo; <http://orcid.org/0000-0001-5100-2098>; mreyes@uteq.edu.ec

⁵ Universidad Técnica Estatal de Quevedo, Ecuador, Quevedo; <https://orcid.org/0000-0001-9288-6221>; mwillarroel@uteq.edu.ec

Cita: Quinde Arreaga, L. M., Herrera Rivera, J. A., Maldonado Castro, J. M., Reyes Bermeo, M. D. R., & Villarroel Puma, M. F. (2026). Análisis marginal y modelación cuadrática de la relación entre ventas y utilidad en empresas de Los Ríos, Ecuador. *Horizon Nexus Journal*, 4(3), 275-293. <https://doi.org/10.70881/hnj/v4/n3/159>

* Correspondencia: lquindea@uteq.edu.ec

 <https://doi.org/10.70881/hnj/v4/n3/159>

Recibido: 14/06/2026
Revisado: 25/08/2026
Aceptado: 01/09/2026
Publicado: 07/09/2026



Copyright: © 2026 por los autores. Este artículo es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos y condiciones de la **Licencia Creative Commons, Atribución-NoComercial 4.0 Internacional (CC BY-NC)**.

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Resumen: El objetivo de esta investigación fue analizar la relación funcional entre los ingresos por ventas y la utilidad del ejercicio de 2.359 empresas de la provincia de Los Ríos, mediante modelos de regresión lineal y cuadrática complementados con análisis marginal e inferencia estadística. Se realizó un estudio cuantitativo, observacional, no experimental y transversal utilizando información financiera del Ranking Empresarial 2025 correspondiente al ejercicio económico 2024. Los modelos se estimaron mediante mínimos cuadrados ordinarios y se evaluaron con pruebas de heterocedasticidad, errores estándar robustos White-HC0 y HC3, diagnósticos de influencia y análisis de sensibilidad. La especificación cuadrática presentó un mayor ajuste dentro de la muestra que el modelo lineal. Sin embargo, la prueba de Breusch–Pagan evidenció heterocedasticidad. Bajo HC3, el coeficiente lineal permaneció positivo y significativo ($\beta_1 = 0,059870$; $p = 0,029$), mientras que el término cuadrático dejó de ser significativo ($\beta_2 = -0,000484$; $p = 0,472$). Los análisis de sensibilidad mostraron que la curvatura dependía de la composición de la muestra. Se concluye que existe una asociación positiva y estadísticamente robusta entre las ventas y la utilidad; no obstante, la evidencia sobre una relación cóncava y un punto estacionario debe interpretarse únicamente como descriptiva y exploratoria.

Palabras clave: regresión cuadrática; errores estándar robustos; HC3; heterocedasticidad; análisis de sensibilidad.

Abstract: The objective of this study was to analyze the functional relationship between sales revenue and operating profit for 2,359 companies in Los Ríos Province, using linear and quadratic regression models complemented by marginal analysis and statistical inference. A quantitative, observational, non-experimental, cross-sectional

design was conducted using financial information from the 2025 Business Ranking, corresponding to the 2024 fiscal year. The models were estimated using ordinary least squares and evaluated through heteroscedasticity tests, White-HC0 and HC3 robust standard errors, influence diagnostics, and sensitivity analyses. The quadratic specification achieved a better in-sample fit than the linear model. However, the Breusch–Pagan test revealed heteroscedasticity. Under the HC3 correction, the linear coefficient remained positive and statistically significant ($\beta_1 = 0.059870$; $p = 0.029$), whereas the quadratic term was no longer statistically significant ($\beta_2 = -0.000484$; $p = 0.472$). Sensitivity analyses showed that the estimated curvature depended on the sample composition. The findings indicate a positive and statistically robust association between sales revenue and operating profit. Nevertheless, the evidence supporting a concave relationship and the existence of a stationary point should be interpreted only as a descriptive and exploratory.

Keywords: quadratic regression; robust standard errors; HC3; heteroscedasticity; sensitivity analysis

1. Introducción

Los ingresos por ventas constituyen una dimensión central del desempeño empresarial, al representar la principal fuente de generación de recursos y contribuir a la recuperación de costos, liquidez y capacidad de inversión. Sin embargo, un incremento de las ventas no implica necesariamente un aumento proporcional de la utilidad, debido a que la rentabilidad también depende de la estructura de costos, la eficiencia operativa, la productividad y las condiciones competitivas. En consecuencia, la relación entre ventas y resultados financieros puede variar según la escala y las características de las empresas (Bloch & Zhou, 2024; Ratigan & Zaleski, 2024; Subramaniam et al., 2024). La evidencia empírica también muestra que determinadas relaciones asociadas con el desempeño empresarial pueden presentar comportamientos no lineales, lo que justifica considerar especificaciones funcionales más flexibles que el modelo lineal convencional (Crick & Crick, 2021).

La regresión lineal constituye una herramienta fundamental para analizar asociaciones entre variables económicas; no obstante, supone un efecto marginal constante del predictor sobre la variable dependiente. Cuando existen cambios en la pendiente, los modelos polinómicos permiten representar relaciones más complejas mediante la incorporación de términos de orden superior (Baltagi, 2021; Fahrmeir et al., 2021; Greene, 2019; James et al., 2021; Montgomery et al., 2021; Wooldridge, 2010). En particular, una especificación cuadrática permite evaluar si la asociación entre ingresos por ventas y utilidad presenta curvatura. Complementariamente, el cálculo diferencial facilita examinar la pendiente marginal, la concavidad y los puntos estacionarios de la función estimada, proporcionando una interpretación matemática de los cambios en la utilidad asociados con diferentes niveles de ventas (Carl P. Simon & Lawrence E. Blume, 1994; Robert Pindyck & Daniel L. Rubinfeld, 2020; Varian, 2014).

Sin embargo, la interpretación de una función cuadrática no debe sustentarse exclusivamente en el signo y la significación convencional del término cuadrático. Los datos empresariales suelen presentar elevada heterogeneidad y observaciones de gran escala capaces de afectar la varianza residual y ejercer influencia desproporcionada sobre los parámetros estimados. La heterocedasticidad no necesariamente sesga los coeficientes de mínimos cuadrados ordinarios, pero puede afectar sus errores estándar y, por tanto, la inferencia estadística (Greene, 2019; Wooldridge, 2010, 2019). La prueba de Breusch–Pagan permite evaluar formalmente este supuesto (Breusch & Pagan, 1979), mientras que las matrices de covarianza robustas constituyen una alternativa para obtener inferencias válidas ante varianza no constante (White, 1980). Entre ellas,

HC3 introduce una corrección más conservadora frente a observaciones con elevado *leverage* y puede resultar especialmente pertinente cuando existen casos influyentes (Long & Ervin, 2000; MacKinnon & White, 1985). Asimismo, el *leverage*, la distancia de Cook y otros diagnósticos permiten identificar observaciones con capacidad para modificar sustancialmente los resultados de la regresión (Belsley et al., 2005).

Este problema adquiere especial relevancia cuando una especificación cuadrática se utiliza para derivar conclusiones sobre utilidad marginal decreciente o puntos estacionarios, ya que estas propiedades dependen directamente de la estabilidad del coeficiente cuadrático. Por ello, la comparación entre especificaciones, los diagnósticos de influencia y los análisis de sensibilidad permiten distinguir entre una característica descriptiva de la muestra y una relación suficientemente estable para sustentar inferencias más generales (Angrist & Pischke, 2009; Kutner et al., 2005; Mukherjee, 2023). En el contexto ecuatoriano, y particularmente en la provincia de Los Ríos, resulta pertinente profundizar en esta relación mediante bases empresariales amplias y procedimientos que evalúen conjuntamente la forma funcional y su robustez estadística.

En este contexto, el objetivo de la investigación fue analizar la relación funcional entre los ingresos por ventas y la utilidad del ejercicio de 2.359 empresas de la provincia de Los Ríos, Ecuador, mediante modelos de regresión lineal y cuadrática, evaluando la estabilidad de dicha relación mediante inferencia robusta, diagnósticos de influencia y análisis de sensibilidad. La contribución del estudio es tanto empírica como metodológica: proporciona evidencia sobre la asociación entre ventas y utilidad en empresas de Los Ríos e integra regresión cuadrática, análisis marginal, pruebas de heterocedasticidad, errores estándar White-HC0 y HC3 y análisis de sensibilidad, con el propósito de diferenciar las propiedades descriptivas de la función estimada de aquellas conclusiones que cuentan con respaldo inferencial suficiente.

2. Materiales y Métodos

2.1. Diseño de la investigación

El estudio presenta un diseño cuantitativo, observacional, no experimental y transversal, debido a que analiza información financiera disponible de empresas sin manipulación de variables ni intervención sobre las unidades de estudio. La investigación tiene como propósito identificar asociaciones estadísticas entre los ingresos por ventas y la utilidad del ejercicio, sin establecer relaciones causales entre las variables analizadas.

El diseño es no experimental porque las variables fueron observadas tal como se encuentran registradas en la base de datos empresarial, sin asignación de tratamientos ni modificación de las condiciones de las unidades de análisis. Asimismo, es transversal, dado que la información corresponde a un único período económico (ejercicio 2024), permitiendo evaluar la relación entre ventas y utilidad en un momento específico.

El estudio presenta un alcance correlacional y analítico, orientado a caracterizar la forma funcional de la asociación entre los ingresos por ventas y la utilidad mediante modelos de regresión lineal y cuadrática. Adicionalmente, incorpora herramientas de econometría aplicada y cálculo diferencial para interpretar la variación marginal de la utilidad respecto al nivel de ventas y evaluar las propiedades descriptivas de la función estimada (Baltagi, 2021; Mukherjee, 2023).

2.2. Fuente de información y unidad de análisis

La información utilizada proviene del Ranking Empresarial 2025, elaborado a partir de registros oficiales de la Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros del Ecuador, el cual contiene información financiera correspondiente al ejercicio económico 2024 de las empresas domiciliadas en la provincia de Los Ríos.

La unidad de análisis estuvo constituida por cada empresa registrada en la base de datos, siendo 2.359 empresas sujetas de análisis, para las cuales se dispuso de información sobre ingresos por ventas, utilidad del ejercicio, activos, patrimonio, número de empleados y otras variables financieras.

Dado que el objetivo del estudio consiste en analizar la relación funcional entre las ventas y la utilidad, únicamente estas dos variables fueron empleadas en la estimación de los modelos econométricos, mientras que las demás variables fueron utilizadas exclusivamente para caracterizar la base de datos.

2.3. Variables de estudio

La variable independiente corresponde a los ingresos por ventas, expresados en millones de dólares estadounidenses (USD), mientras que la variable dependiente corresponde a la utilidad del ejercicio, también expresada en millones de dólares.

La operacionalización de las variables se presenta en la Tabla 1.

Tabla 1

Operacionalización de las variables

Variable	Tipo	Unidad
Ingresos por ventas	Independiente	Millones de USD
Utilidad del ejercicio	Dependiente	Millones de USD

Nota: Fuente: Elaboración propia con base en el Ranking Empresarial 2025, correspondiente a los estados financieros del ejercicio económico 2024. Los ingresos por ventas y la utilidad del ejercicio se expresan en millones de dólares estadounidenses (USD).

Con el propósito de facilitar la interpretación de los coeficientes y mejorar la estabilidad numérica de las estimaciones, los valores monetarios fueron transformados a millones de dólares antes del análisis.

2.4. Especificación de los modelos econométricos

Inicialmente se estimó un modelo de regresión lineal simple mediante el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) con el propósito de establecer una referencia para comparar posteriormente una especificación no lineal.

El modelo lineal se definió como: $U_i = \beta_0 + \beta_1 I_i + \epsilon_i$, donde:

U_i representa la utilidad del ejercicio de la empresa i ,

I_i representa los ingresos por ventas,

β_0 es la constante,

β_1 corresponde al efecto marginal constante de las ventas,

ϵ_i representa el término aleatorio.

Posteriormente se estimó un modelo cuadrático incorporando un término polinómico de segundo grado: $U(I) = \beta_0 + \beta_1 I + \beta_2 I^2 + \epsilon_i$

La inclusión del término cuadrático permite representar relaciones no lineales entre ambas variables y determinar si el efecto marginal de las ventas permanece constante o cambia conforme aumenta el nivel de ingresos (Baltagi, 2021; Fahrmeir et al., 2021).

La comparación entre ambos modelos se realizó utilizando el coeficiente de determinación ajustado (R_{aj}^2), el estadístico F y la significación individual de los coeficientes.

2.5. Análisis marginal mediante cálculo diferencial

Una vez estimado el modelo cuadrático, la función obtenida fue analizada mediante herramientas del cálculo diferencial con el propósito de estudiar la evolución marginal de la utilidad.

La función estimada puede representarse de forma general como: $U(I) = \beta_0 + \beta_1 I + \beta_2 I^2$. A partir de esta función se obtuvo la primera derivada: $U'(I) = \beta_1 + 2\beta_2 I$, la cual representa la utilidad marginal asociada a pequeñas variaciones en los ingresos por ventas.

Posteriormente se calculó la segunda derivada, $U''(I) = 2\beta_2$, cuya interpretación permitió establecer la existencia de concavidad o convexidad de la función estimada.

Finalmente, el punto estacionario se obtuvo resolviendo: $U'(I) = 0$, lo que permitió identificar el nivel de ventas para el cual la pendiente estimada del modelo es igual a cero.

2.6. Diagnóstico del modelo

La evaluación del modelo no se limitó a la significación estadística de los coeficientes estimados mediante mínimos cuadrados ordinarios, sino que incluyó un conjunto de procedimientos orientados a verificar la validez de los supuestos del modelo y la estabilidad de la inferencia.

En primer lugar, se evaluó la multicolinealidad mediante el Factor de Inflación de la Varianza (VIF); debido a la colinealidad estructural entre los términos lineal y cuadrático, también se estimó una especificación con los ingresos por ventas centrados respecto de su media, con el fin de reducir la colinealidad sin modificar la forma funcional del modelo.

Posteriormente, la heterocedasticidad se examinó mediante la prueba de Breusch-Pagan; dado que esta prueba evidenció varianza no constante de los residuos, la inferencia estadística se complementó mediante matrices de covarianza robustas White-HC0 y HC3. Considerando que HC3 proporciona estimaciones más conservadoras en presencia de observaciones con elevado leverage, esta corrección se adoptó como referencia principal para la interpretación de los coeficientes.

Asimismo, se evaluó la influencia de observaciones individuales mediante los indicadores de leverage, distancia de Cook y residuos studentizados, utilizando como criterios de referencia los umbrales convencionales de $2p/n$ y $3p/n$ para el leverage, $4/n$ y 1 para la distancia de Cook, y valores absolutos superiores a 3 para los residuos studentizados.

Finalmente, la estabilidad de los resultados se verificó mediante análisis de sensibilidad, comparando la muestra completa con especificaciones alternativas obtenidas tras excluir observaciones influyentes y restringir progresivamente el rango de ventas mediante distintos percentiles. Este procedimiento permitió determinar si la forma funcional estimada permanecía estable frente a cambios razonables en la composición de la muestra.

2.7. Consideraciones éticas y disponibilidad de los datos

La investigación se desarrolló conforme a los principios de integridad científica, transparencia y reproducibilidad. El estudio utilizó exclusivamente información financiera secundaria proveniente del Ranking Empresarial 2025, elaborado a partir de los estados financieros correspondientes al ejercicio económico 2024. Los datos empleados corresponden a registros institucionales de carácter agregado y de acceso público, por lo que la investigación no involucró intervención sobre seres humanos, experimentación con animales ni recopilación de información personal identificable. En consecuencia, no fue necesario obtener consentimiento informado ni la aprobación de un comité de ética, de acuerdo con la normativa aplicable para investigaciones basadas en fuentes documentales y datos secundarios.

Con el propósito de garantizar la reproducibilidad del estudio, la base de datos utilizada, el procedimiento de depuración, las especificaciones de los modelos econométricos y la sintaxis empleada para el análisis estadístico (R y SPSS) se encuentran disponibles por parte de los autores previa solicitud razonable, siempre que su difusión sea compatible con las condiciones de uso de la fuente original de información.

2.8. Análisis de sensibilidad

Con el fin de evaluar la robustez de la relación estimada, se realizó un análisis de sensibilidad excluyendo aproximadamente el 1 % de las empresas con mayores ingresos por ventas, debido a que estas organizaciones presentan escalas considerablemente superiores al resto de la muestra y podrían influir desproporcionadamente en la estimación de los coeficientes.

Posteriormente se reestimó el modelo cuadrático utilizando la muestra reducida y se compararon los coeficientes, el coeficiente de determinación, la significación estadística y la dirección de la curvatura con los resultados obtenidos para la muestra completa.

Este procedimiento permitió evaluar si la forma funcional observada dependía exclusivamente de las empresas de mayor tamaño o si representaba un patrón estable en la mayor parte de la población empresarial analizada.

Todos los análisis fueron realizados en IBM SPSS Statistics 22 y RStudio 4.5.1.

3. Resultados

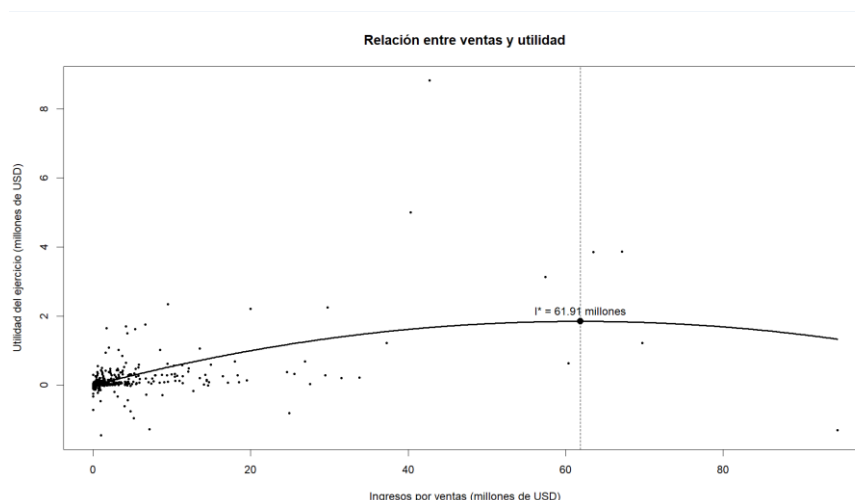
3.1. Estadísticos descriptivos y relación entre ingresos por ventas y utilidad

La muestra estuvo conformada por 2.359 empresas de la provincia de Los Ríos, Ecuador, cuyos estados financieros corresponden al ejercicio económico 2024; los ingresos por ventas y la utilidad del ejercicio presentaron una marcada heterogeneidad, con una distribución asimétrica caracterizada por la presencia de un reducido número de empresas con elevados niveles de ventas y resultados financieros considerablemente superiores al promedio.

La Figura 1 muestra la relación empírica entre los ingresos por ventas y la utilidad del ejercicio, junto con la curva cuadrática estimada mediante mínimos cuadrados ordinarios (OLS). En términos generales, se observa una asociación positiva entre ambas variables, indicando que las empresas con mayores ingresos por ventas tienden a registrar mayores niveles de utilidad. Sin embargo, la dispersión de los datos aumenta conforme crecen las ventas y se identifican observaciones con elevada influencia, lo que sugiere la posible presencia de heterocedasticidad y justifica la aplicación de procedimientos de diagnóstico e inferencia robusta en las etapas posteriores del análisis.

Figura 1

Relación empírica entre utilidad del ejercicio e ingreso por ventas (2025), empresas de Los Ríos, con la curva ajustada $U(I)$ y el punto crítico I^ .*



Nota: Elaboración propia con base en el *Ranking Empresarial 2025* (ejercicio económico 2024). La curva corresponde a la función cuadrática estimada mediante mínimos cuadrados ordinarios (OLS); I^* identifica el punto estacionario calculado, cuya interpretación es únicamente descriptiva; su interpretación económica debe considerarse exploratoria debido a la falta de estabilidad bajo errores robustos HC3.

Desde una perspectiva descriptiva, la curva ajustada presenta una forma cóncava y un punto estacionario; no obstante, la estabilidad de estas características se evalúa posteriormente mediante errores estándar robustos y análisis de sensibilidad, con el fin de determinar si representan propiedades consistentes del modelo o si dependen de la composición de la muestra.

3.2. Estimación y comparación de los modelos lineal y cuadrático

La Tabla 2 presenta los parámetros estimados del modelo cuadrático mediante mínimos cuadrados ordinarios (OLS). Los resultados muestran una asociación positiva y estadísticamente significativa entre los ingresos por ventas y la utilidad del ejercicio ($\beta_1 = 0,059870$; $p < 0,001$), así como un coeficiente cuadrático negativo ($\beta_2 = -0,000484$; $p < 0,001$). Bajo la estimación convencional, esta especificación es compatible con una relación funcional cóncava, indicando que la utilidad aumenta con las ventas, aunque a una tasa marginal decreciente.

Tabla 2

Parámetros del modelo cuadrático

Parámetro	B	Error estándar	t	p	IC 95 %
Constante	-0,006238	0,005134	-1,215	0,224	[-0,01631; 0,00383]
Ingresos por ventas I	0,059870	0,002401	24,937	<0,001	[0,05516; 0,06458]
Ingresos ² I ²	-0,000483526	0,00003952	-12,235	<0,001	[-0,0005610; -0,0004060]

Nota: Resultados de la estimación del modelo cuadrático mediante mínimos cuadrados ordinarios (OLS).

La Tabla 3 compara el desempeño de los modelos lineal y cuadrático. La especificación cuadrática presentó un mayor coeficiente de determinación ($R^2 = 0,3185$ frente a 0,2752) y mejores indicadores globales de ajuste, lo que evidencia una mayor capacidad para describir la variabilidad observada en la utilidad dentro de la muestra analizada. En consecuencia, esta especificación fue seleccionada para el desarrollo de los análisis posteriores.

Tabla 3

Comparación de los modelos funcionales

Indicador	Lineal	Cuadrático
N	2.359	2.359
R^2	0,2752	0,3185
$R^2_{ajustado}$	≈0,275	0,3179
F	894,75	550,443
gl del modelo	1	2
p global	<0,001	<0,001
Término cuadrático	—	Significativo

Nota: Comparación de los modelos estimados mediante mínimos cuadrados ordinarios (OLS). El término cuadrático corresponde a I^2 , donde I representa los ingresos por ventas. $p < 0,001$.

No obstante, un mejor ajuste estadístico no garantiza por sí mismo la validez inferencial del modelo; la interpretación de la curvatura y del término cuadrático depende del cumplimiento de los supuestos de la regresión, particularmente de la homocedasticidad y de la ausencia de observaciones con influencia desproporcionada. Por ello, en los apartados siguientes se evalúa la estabilidad de los coeficientes mediante errores estándar robustos White-HC0 y HC3, pruebas de diagnóstico y análisis de sensibilidad, con el propósito de determinar si la forma funcional estimada representa un patrón consistente o una característica dependiente de la composición de la muestra.

3.3. Inferencia robusta mediante errores estándar White-HC0 y HC3

La Tabla 4 compara los coeficientes estimados mediante mínimos cuadrados ordinarios (OLS) con las inferencias obtenidas utilizando matrices de covarianza robustas White-HC0 y HC3. Como es esperado, los coeficientes de regresión permanecieron invariables, mientras que las diferencias se observaron en los errores estándar, los intervalos de confianza y la significación estadística de los parámetros.

Tabla 4

Estimación del modelo cuadrático mediante errores estándar convencionales y robustos

Parámetro	Coefficiente (B)	EE OLS	P OLS	EE White-HC0	p White	EE HC3	p HC3	IC 95 % HC3
Constante	-0,006238	0,0051	0,224	0,0066	0,348	0,010320	0,546	[-0,0264; 0,0139]
Ventas	0,05987	0,0024	<0,001	0,0171	<0,001	0,027458	0,029	[0,0060; 0,1137]
Ventas ²	-0,00048	0,00004	<0,001	0,0003	0,121	0,000672	0,472	[-0,0018; 0,0008]

Nota: OLS = mínimos cuadrados ordinarios; EE = error estándar; HC0 y HC3 = errores estándar robustos a la heterocedasticidad; IC 95 % = intervalo de confianza del 95 %.

El coeficiente asociado a los ingresos por ventas conservó un signo positivo y permaneció estadísticamente significativo en las tres especificaciones analizadas; en contraste, el término cuadrático, que resultó significativo bajo la inferencia convencional ($p < 0,001$), dejó de ser significativo al aplicar errores estándar robustos White-HC0 ($p = 0,121$) y HC3 ($p = 0,472$). Asimismo, el intervalo de confianza del 95 % estimado con HC3 incluyó el valor cero, indicando que la evidencia estadística disponible no permite confirmar la existencia de un efecto cuadrático en la población de empresas estudiada.

Estos resultados muestran que la aparente concavidad identificada mediante la estimación convencional depende de la forma en que se estima la variabilidad de los coeficientes. En consecuencia, la asociación positiva entre los ingresos por ventas y la utilidad constituye el hallazgo empírico más estable del estudio, mientras que la evidencia sobre una utilidad marginal decreciente y la existencia de un punto estacionario pierde solidez una vez corregida la heterocedasticidad.

Por esta razón, las interpretaciones posteriores del modelo se fundamentan principalmente en la inferencia obtenida mediante HC3, al proporcionar estimaciones

más conservadoras y robustas frente a heterocedasticidad y observaciones con elevado leverage.

3.4. Diagnóstico de heterocedasticidad

La Tabla 5 presenta los resultados de la prueba de Breusch–Pagan aplicada al modelo cuadrático; el estadístico de multiplicador de Lagrange resultó estadísticamente significativo ($p < 0,001$), por lo que se rechazó la hipótesis nula de homocedasticidad. Este resultado indica que la variabilidad de los residuos no permanece constante a lo largo del rango de ingresos por ventas, incumpliendo uno de los supuestos clásicos de los mínimos cuadrados ordinarios.

La evidencia de heterocedasticidad explica las diferencias observadas entre la inferencia convencional y la inferencia basada en errores estándar robustos presentadas en la Tabla 4. En particular, el incremento de los errores estándar bajo HC3 modificó la significación estadística del término cuadrático, mientras que el efecto lineal permaneció positivo y significativo. En consecuencia, las interpretaciones inferenciales desarrolladas en este estudio se fundamentan principalmente en los resultados obtenidos mediante HC3, al proporcionar estimaciones más robustas frente a la presencia de heterocedasticidad.

Estos resultados justifican la realización de análisis adicionales de influencia y sensibilidad, con el propósito de evaluar la estabilidad de la forma funcional estimada y determinar si la curvatura observada representa una característica consistente del modelo o depende de la composición de la muestra.

Tabla 5

Prueba de Breusch–Pagan

Estadístico	Valor
N	2359
R ² auxiliar	0,151
F	209,403
gl	2
LM=n×R ²	356,21
p	<0,001
Conclusión	Existe heterocedasticidad

Nota: La prueba de Breusch–Pagan evalúa la hipótesis nula de homocedasticidad. LM = estadístico de multiplicador de Lagrange; gl = grados de libertad. Un valor de $p < 0,05$ indica evidencia de heterocedasticidad.

3.5. Análisis marginal y punto estacionario

A partir de la función cuadrática estimada, se obtuvo la primera derivada, la cual representa la utilidad marginal asociada a los ingresos por ventas. La pendiente de la función disminuye conforme aumentan las ventas, mientras que la segunda derivada negativa indica una forma cóncava bajo la estimación convencional por mínimos cuadrados ordinarios. En estas condiciones, el punto estacionario se localizó

aproximadamente en USD 61,91 millones de ingresos por ventas, correspondiente al vértice de la parábola ajustada y al nivel en el que la pendiente de la función es igual a cero.

No obstante, la interpretación económica de estas propiedades debe realizarse con cautela ya que los resultados presentados en las secciones anteriores evidenciaron que la heterocedasticidad modifica la inferencia sobre el término cuadrático cuando se emplean errores estándar robustos HC3, mientras que el análisis de sensibilidad mostró que la ubicación del punto estacionario varía según la composición de la muestra y la presencia de observaciones influyentes. En consecuencia, la concavidad y el punto estacionario deben entenderse como propiedades descriptivas de la función estimada y no como evidencia concluyente de un nivel óptimo de ventas aplicable al conjunto de empresas analizadas.

3.6. Análisis de sensibilidad

La Tabla 6 resume los resultados de los análisis de sensibilidad realizados mediante diferentes especificaciones de la muestra e inferencia basada en errores estándar robustos HC3. En todas las estimaciones, el coeficiente lineal conservó un signo positivo y significación estadística, confirmando la estabilidad de la asociación entre los ingresos por ventas y la utilidad del ejercicio.

Tabla 6

Sensibilidad de los coeficientes del modelo cuadrático según la composición de la muestra

Especificación	(n)	Límite de ventas (millones USD)	$\hat{\beta}_1$	pHC3 β_1	$\hat{\beta}_2$	pHC3 β_2	Punto estacionario descriptivo I*	Interpretación de la curvatura
Muestra completa	2.359	94,506	0,059870	0,029	-0,000484	0,472	61,91	Negativa, no significativa
Sin observaciones influyentes	Por completar	Según filtro diagnóstico	0,058698	<0,001	-0,003693	0,119	7,95	Negativa, no significativa
Hasta el percentil 95	2.241	3,247	0,061296	0,009	0,000688	0,953	No aplicable ¹	Positiva, no significativa
Hasta el percentil 97,5	2.300	7,482	0,087381	<0,001	-0,009412	0,153	4,64	Negativa, no significativa
Hasta el percentil 99	2.335	16,754	0,064105	<0,001	-0,003157	0,002	10,15	Negativa y significativa

Nota: $\hat{\beta}_1$ = coeficiente lineal; $\hat{\beta}_2$ = coeficiente cuadrático; HC3 = errores estándar robustos a la heterocedasticidad; I* = punto estacionario de la función cuadrática. ¹No aplicable, debido a que el coeficiente cuadrático fue positivo y no significativo ($p = 0,953$), por lo que la función no presenta un máximo descriptivo.

En contraste, la magnitud y la significación del término cuadrático variaron según la composición de la muestra; la curvatura no resultó estadísticamente significativa en la muestra completa ni en la mayoría de las especificaciones alternativas, alcanzando significación únicamente al restringir el análisis hasta el percentil 99 de los ingresos por ventas. Asimismo, la localización del punto estacionario mostró variaciones importantes entre las distintas estimaciones.

Como verificación adicional, se estimó el modelo utilizando los ingresos por ventas centrados respecto de su media; el centrado redujo la colinealidad estructural entre los términos lineal y cuadrático, sin modificar los coeficientes estimados, el ajuste global del modelo ni la falta de significación del término cuadrático bajo inferencia robusta HC3.

Asimismo, los diagnósticos identificaron un número reducido de observaciones con elevado *leverage*, distancia de Cook y residuos studentizados extremos, indicando que algunas empresas ejercen una influencia considerable sobre la estimación del término cuadrático. Dado que estas observaciones corresponden a empresas reales de la población analizada, se conservaron en el análisis principal y su efecto se evaluó mediante las pruebas de sensibilidad presentadas en la Tabla 6.

En conjunto, los resultados muestran que la asociación positiva entre los ingresos por ventas y la utilidad constituye el hallazgo más robusto del estudio, mientras que la evidencia sobre la existencia de una relación cóncava y de un punto estacionario depende de la composición de la muestra y de la influencia de un número reducido de observaciones. En consecuencia, la especificación cuadrática debe interpretarse como una aproximación descriptiva y exploratoria, más que como evidencia concluyente de un máximo económico aplicable al conjunto de empresas analizadas.

4. Discusión

4.1. *Relación no lineal entre las ventas y la utilidad empresarial*

Los resultados obtenidos muestran que la relación entre los ingresos por ventas y la utilidad puede representarse adecuadamente mediante una función cuadrática desde una perspectiva descriptiva, ya que esta especificación mejoró el ajuste dentro de la muestra con respecto al modelo lineal. La estimación por mínimos cuadrados ordinarios produjo una función con coeficiente lineal positivo y coeficiente cuadrático negativo, cuya forma funcional es compatible con una pendiente marginal decreciente y un punto estacionario localizado en aproximadamente USD 61,91 millones de ingresos por ventas.

Sin embargo, la interpretación económica de esta forma funcional requiere considerar la validez de los supuestos del modelo, la prueba de Breusch–Pagan evidenció heterocedasticidad y, en consecuencia, la inferencia fue recalculada mediante matrices de covarianza robustas White-HC0 y HC3. Aunque los coeficientes puntuales permanecieron invariantes, los errores estándar aumentaron de manera importante y el coeficiente cuadrático dejó de ser estadísticamente significativo bajo HC3. Este resultado indica que la curvatura observada en la estimación convencional no posee el mismo grado de respaldo inferencial cuando se corrige la heterocedasticidad y la influencia de observaciones con elevado *leverage*.

Desde esta perspectiva, el principal hallazgo del estudio no es la confirmación de una relación cuadrática poblacional, sino la existencia de una asociación positiva y robusta entre los ingresos por ventas y la utilidad, resultado que permaneció estable en todas las especificaciones evaluadas. En cambio, la evidencia sobre la disminución de la pendiente marginal depende de la composición de la muestra y de la presencia de empresas de gran escala que ejercen una influencia considerable sobre la estimación del término cuadrático.

Los análisis de sensibilidad respaldan esta interpretación, al modificar el rango de ventas incluido en la estimación, el coeficiente cuadrático presentó variaciones en magnitud, significación e incluso en su signo, mientras que el coeficiente lineal mantuvo sistemáticamente una asociación positiva con la utilidad. Asimismo, la localización del punto estacionario mostró cambios importantes entre las distintas especificaciones, lo que indica que dicho valor no constituye un umbral económico estable para el conjunto de empresas analizadas.

Estos resultados son consistentes con la naturaleza altamente asimétrica de la distribución de ventas observada en la muestra; la coexistencia de un gran número de empresas con niveles reducidos de ventas y un número muy limitado de empresas con escalas excepcionalmente elevadas genera heterogeneidad en la varianza y favorece la aparición de observaciones con elevado leverage e influencia. En este contexto, el uso de errores estándar robustos constituye un procedimiento metodológicamente necesario para obtener inferencias más confiables y evitar sobreestimar la precisión de los coeficientes estimados.

En consecuencia, la especificación cuadrática conserva utilidad como herramienta descriptiva para explorar posibles cambios en la pendiente marginal de la relación entre ventas y utilidad. No obstante, la evidencia obtenida en este estudio sugiere interpretar la concavidad como una característica de la función ajustada y no como una propiedad poblacional definitivamente establecida. Bajo este enfoque, el modelo cuadrático complementa al modelo lineal al proporcionar una representación más flexible de los datos observados, mientras que la asociación positiva entre ventas y utilidad constituye el resultado empírico más sólido y consistente del análisis.

4.2. Interpretación marginal y concavidad de la función estimada

La primera derivada de la función estimada fue $U'(I)=0,059870-0,000967052I$ y la segunda derivada $U''(I)=-0,000967052$; estas expresiones describen la geometría de la curva OLS ajustada y sugieren, de manera exploratoria, una pendiente decreciente conforme aumenta las ventas.

Sin embargo, el término cuadrático no fue estadísticamente significativo con errores estándar HC3 ($p=0,472$) y su intervalo de confianza incluyó cero y valores positivos; por ello, la concavidad no puede considerarse un resultado poblacional confirmado. La derivada y la segunda derivada deben interpretarse como propiedades matemáticas de la estimación puntual, no como evidencia robusta de una ley económica general.

El concepto de utilidad marginal utilizado en este estudio se refiere a la pendiente de una función estadística entre utilidad contable y ventas y no representa utilidad marginal del consumidor ni demuestra que una variación de las ventas produzca causalmente una variación específica de la utilidad.

4.3. Interpretación del punto estacionario

El punto estacionario del modelo OLS se situó aproximadamente en 61,91 millones de USD, matemáticamente, este valor corresponde al vértice de la parábola estimada; no obstante, su interpretación económica está limitada porque depende directamente del coeficiente cuadrático, cuya significación no se mantuvo con errores estándar HC3.

La sensibilidad del vértice frente a la composición de la muestra refuerza esta cautela, al excluir el extremo superior de ventas, el punto estacionario se desplazó de manera sustancial. En consecuencia, 61,91 millones de USD no debe presentarse como un nivel óptimo universal ni como una meta gerencial, sino únicamente como una característica descriptiva del ajuste OLS.

4.4. Robustez y análisis de sensibilidad

Los análisis de sensibilidad mostraron que la asociación lineal positiva entre ventas y utilidad fue estable, mientras que el término cuadrático fue sensible al rango de ventas y al tratamiento de las observaciones influyentes. En la muestra hasta el percentil 95, el coeficiente cuadrático fue positivo y no significativo; hasta el percentil 97,5 fue negativo, pero tampoco significativo; y hasta el percentil 99 resultó negativo y significativo. En la muestra completa volvió a perder significación bajo HC3.

Después de excluir observaciones influyentes, el coeficiente lineal permaneció positivo y significativo, pero el término cuadrático continuó sin alcanzar significación estadística. Estos resultados indican que la dirección y la magnitud de la curvatura no son estables en todas las especificaciones.

Por tanto, la evidencia de concavidad debe considerarse parcial y exploratoria, la comparación entre modelos también mostró que el cuadrático ajustó mejor dentro de la muestra según R^2 , AIC y BIC, pero no mejoró el RMSE medio de validación cruzada frente al modelo lineal.

4.5. Centrado del predictor y multicolinealidad polinómica

La inclusión simultánea de I e I^2 generó una correlación estructural entre ambos términos, para examinar este aspecto se estimó una versión centrada del modelo, utilizando la diferencia entre las ventas de cada empresa y la media de la muestra. En el modelo completo, el centrado redujo el VIF desde aproximadamente 4,822 hasta 4,585; en la muestra de sensibilidad, el indicador disminuyó desde alrededor de 6,456 hasta 5,496.

Aunque la reducción no eliminó por completo la dependencia entre los términos polinómicos, confirmó que una parte de la multicolinealidad se debía a la escala de medición y a la construcción matemática del término cuadrático. El centrado no modificó la concavidad, el ajuste sustantivo ni el punto estacionario expresado en la escala original. Por tanto, los resultados fundamentales no dependen de la parametrización utilizada.

La ecuación centrada de la muestra completa fue aproximadamente: $\hat{U}=0.04442+0,05905I_c-0,00048353I_c^2$, donde I_c representa las ventas centradas respecto de su media. En esta parametrización, el intercepto adquiere una interpretación

más útil, pues expresa la utilidad estimada para una empresa situada en el nivel promedio de ventas. No obstante, los coeficientes lineal y cuadrático deben analizarse conjuntamente; interpretar el término lineal de forma aislada sería inadecuado porque su efecto depende del nivel de I_c .

4.6. Heterocedasticidad, residuos y observaciones influyentes

La prueba de Breusch–Pagan confirmó que la varianza de los errores no es constante y se relaciona con los términos incluidos en el modelo; por esta razón, la inferencia se recalculó mediante matrices de covarianza White-HC0 y HC3. Con HC3, el término lineal mantuvo significación estadística, pero el término cuadrático dejó de ser significativo.

Los diagnósticos identificaron 71 observaciones con leverage superior a $2p/n$, 70 con distancia de Cook superior a $4/n$, cinco con distancia de Cook mayor que 1 y 37 residuos studentizados con valor absoluto superior a 3. La observación más influyente presentó leverage de 0,581 y distancia de Cook de 132,65, lo que confirma que un número reducido de empresas puede modificar de forma sustancial la curvatura y el punto estacionario.

La pérdida de significación del término cuadrático después de aplicar HC3 modifica la interpretación sustantiva del modelo. Aunque la estimación puntual conserva signo negativo, su incertidumbre es elevada y no permite descartar una relación aproximadamente lineal. Por ello, la forma cuadrática debe presentarse como descriptiva y exploratoria.

Desde una perspectiva metodológica, los resultados ponen de manifiesto la importancia de complementar la estimación mediante mínimos cuadrados ordinarios con procedimientos de inferencia robusta y diagnósticos de influencia cuando se analizan bases de datos empresariales caracterizadas por una elevada heterogeneidad. La comparación entre errores estándar convencionales, White-HC0 y HC3 evidenció que la significación estadística del término cuadrático depende del tratamiento de la heterocedasticidad y de la influencia de determinadas observaciones. En consecuencia, la evaluación de relaciones funcionales en estudios empresariales debe sustentarse no solo en el ajuste del modelo, sino también en la verificación de la estabilidad de sus parámetros mediante análisis de robustez y sensibilidad.

4.7. Implicaciones teóricas

El aporte metodológico del estudio consiste en explorar la integración entre regresión cuadrática, cálculo diferencial e inferencia robusta para analizar una relación financiera y los resultados muestran que una forma funcional aparentemente cóncava bajo errores convencionales puede dejar de estar respaldada cuando se corrigen la heterocedasticidad y el leverage.

Desde la perspectiva teórica, la evidencia respalda de manera consistente una asociación positiva entre ventas y utilidad, pero no confirma que la eficiencia o la rentabilidad cambien necesariamente con la escala. Esa interpretación requiere modelos multivariados que incorporen costos, activos, endeudamiento, sector y otras características empresariales.

En consecuencia, el análisis marginal conserva utilidad como herramienta descriptiva, siempre que se diferencie claramente entre la geometría de la curva estimada y una regularidad económica poblacional o causal.

4.8. Implicaciones empresariales

Para la gestión empresarial, los resultados respaldan la conveniencia de evaluar el crecimiento de las ventas conjuntamente con márgenes, costos operativos, capital de trabajo, apalancamiento y productividad. El aumento de la facturación se asocia positivamente con la utilidad, pero el modelo no demuestra que esa relación adopte una curvatura común para todas las empresas.

La pendiente decreciente observada en la estimación OLS puede emplearse como hipótesis exploratoria, no como regla de decisión y en particular, el punto estacionario de 61,91 millones de USD no constituye una meta gerencial ni un umbral generalizable, debido a la falta de significación robusta del término cuadrático y a su sensibilidad frente a las empresas de mayor escala.

4.9. Limitaciones y líneas futuras de investigación

El presente estudio presenta algunas limitaciones que deben considerarse al interpretar sus resultados; en primer lugar, el diseño observacional y transversal impide analizar la evolución temporal de la relación entre ventas y utilidad dentro de una misma empresa y, por tanto, no permite establecer inferencias causales. En segundo lugar, la especificación bivariada incorpora únicamente los ingresos por ventas como variable explicativa, sin considerar otros factores potencialmente relevantes, como activos, patrimonio, estructura de costos, endeudamiento, número de empleados, antigüedad o sector económico.

Asimismo, la presencia de heterocedasticidad y de observaciones influyentes evidencia que la incertidumbre asociada a algunos parámetros aumenta cuando se aplican procedimientos de inferencia robusta. En consecuencia, la función estimada debe interpretarse como una representación del comportamiento promedio de la muestra y no como una trayectoria generalizable a todas las empresas. Además, los análisis de sensibilidad mostraron que la magnitud y significación del término cuadrático, así como la localización del punto estacionario, dependen de la composición de la muestra y de la presencia de empresas con elevados niveles de ventas.

A partir de estas limitaciones, futuras investigaciones podrían incorporar modelos multivariados con variables financieras y operativas, utilizar datos longitudinales o de panel para analizar la evolución temporal del desempeño empresarial y contrastar la especificación cuadrática con modelos logarítmicos, regresiones por cuantiles, modelos segmentados y modelos aditivos generalizados. Asimismo, sería de interés comparar diferentes provincias y sectores económicos para determinar la estabilidad de los patrones observados.

5. Conclusiones

La presente investigación tuvo como objetivo analizar la relación funcional entre los ingresos por ventas y la utilidad del ejercicio de 2.359 empresas de la provincia de Los Ríos, Ecuador, mediante modelos de regresión lineal y cuadrática complementados con

procedimientos de inferencia robusta. Los resultados confirmaron una asociación positiva y estadísticamente consistente entre las ventas y la utilidad en todas las especificaciones evaluadas, incluyendo las estimaciones con errores estándar robustos White-HC0 y HC3. En consecuencia, el incremento de las ventas constituye el principal factor asociado con mayores niveles de utilidad dentro de la muestra analizada.

Aunque la especificación cuadrática presentó un mejor ajuste dentro de la muestra que el modelo lineal, con mejores indicadores de ajuste (R^2 , AIC y BIC), la evaluación de los supuestos modificó la interpretación de este resultado. La prueba de Breusch–Pagan confirmó la presencia de heterocedasticidad y, al aplicar errores estándar robustos HC3, el coeficiente cuadrático dejó de ser estadísticamente significativo, mientras que el coeficiente lineal mantuvo una asociación positiva y significativa. Asimismo, los diagnósticos de leverage, distancia de Cook, residuos studentizados y los análisis de sensibilidad evidenciaron que la magnitud de la curvatura y la localización del punto estacionario dependían de un número reducido de observaciones con elevada influencia y de la composición de la muestra.

En consecuencia, la evidencia empírica no permite afirmar de manera robusta que la relación poblacional entre ventas y utilidad sea estrictamente cóncava ni establecer la existencia de un nivel óptimo de ventas aplicable al conjunto de empresas analizadas. El punto estacionario obtenido debe interpretarse como una propiedad matemática de la función estimada mediante mínimos cuadrados ordinarios y no como un umbral económico de aplicación general. Por ello, la especificación cuadrática constituye una aproximación descriptiva y exploratoria de la relación observada, cuya interpretación depende de la estabilidad de los parámetros estimados.

Desde el punto de vista metodológico, el principal aporte del estudio consiste en demostrar que la incorporación de procedimientos de inferencia robusta modifica la interpretación de modelos de regresión aplicados a datos empresariales caracterizados por una elevada heterogeneidad. La comparación entre errores estándar convencionales, White-HC0 y HC3 evidenció que la significación estadística de algunos parámetros puede cambiar sustancialmente una vez corregida la heterocedasticidad, lo que resalta la necesidad de complementar el ajuste del modelo con diagnósticos de influencia y análisis de sensibilidad para obtener inferencias más confiables.

Desde una perspectiva práctica, los resultados indican que el crecimiento de las ventas continúa siendo un factor asociado con mayores niveles de utilidad empresarial; sin embargo, las decisiones relacionadas con la expansión de la escala de operación no deben fundamentarse en la existencia de un supuesto nivel óptimo de ventas derivado exclusivamente de un modelo cuadrático. En organizaciones con estructuras de costos, tamaños y condiciones de mercado diferentes, la evaluación de la rentabilidad debe considerar las características específicas de cada empresa y sustentarse en análisis financieros integrales.

Contribución de los autores: Conceptualización: L.M.Q.A.; J.A.H.R.; Metodología: J.A.H.R.; J.M.M.C.; M.R.R.B.; M.F.V.P.; Análisis formal: J.A.H.R.; J.M.M.C.; M.R.R.B.; M.F.V.P.; Investigación: J.A.H.R.; J.M.M.C.; M.R.R.B.; M.F.V.P.; Curación de datos: J.A.H.R.; J.M.M.C.; M.R.R.B.; M.F.V.P.; Visualización: J.A.H.R.; J.M.M.C.; M.R.R.B.; M.F.V.P.; Redacción borrador original: M.R.R.B.; M.F.V.P.; Redacción, revisión y edición: L.M.Q.A.; J.A.H.R.; J.M.M.C.; M.R.R.B.; M.F.V.P.; Supervisión: L.M.Q.A.;

J.A.H.R.; J.M.M.C.; M.R.R.B.; M.F.V.P. Todos los autores han leído y aprobado la versión publicada del manuscrito.

Financiamiento: Esta investigación no recibió financiación externa.

Conflicto de intereses: Los autores declaran no tener ningún conflicto de intereses.

Declaración de disponibilidad de datos: Los datos están disponibles previa solicitud a los autores de correspondencia: lquindea@uteq.edu.ec

Referencias Bibliográficas

- Angrist, J. D., & Pischke, J.-S. (2009). *Mostly Harmless Econometrics*. Princeton University Press. <https://doi.org/10.1515/9781400829828>
- Baltagi, B. H. (2021). *Econometrics*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-80149-6>
- Belsley, D. A. ., Kuh, Edwin., & Welsch, R. E. . (2005). *Regression Diagnostics : Identifying Influential Data and Sources of Collinearity*. John Wiley & Sons, Inc.
- Bloch, H., & Zhou, Y. (2024). International Differences in Profitability*. *Economic Record*, 100(328), 101–116. <https://doi.org/10.1111/1475-4932.12769>
- Breusch, T. S., & Pagan, A. R. (1979). A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation. *Econometrica*, 47(5), 1287. <https://doi.org/10.2307/1911963>
- Carl P. Simon, & Lawrence E. Blume. (1994). *Mathematics for Economists*.
- Crick, J. M., & Crick, D. (2021). Internationalizing the Coopetition Construct: Quadratic Effects on Financial Performance Under Different Degrees of Export Intensity and an Export Geographical Scope. *Journal of International Marketing*, 29(2), 62–80. <https://doi.org/10.1177/1069031X20988260>
- Fahrmeir, L., Kneib, T., Lang, S., & Marx, B. D. (2021). *Regression*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-63882-8>
- Greene, W. H. . (2019). *Econometric Analysis, Global Edition*. Pearson Education Canada.
- James, G., Witten, D., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2021). *An Introduction to Statistical Learning*. Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-1-0716-1418-1>
- Kutner, M. H. ., Nachtsheim, Chris., Neter, John., & Li, William. (2005). *Applied linear statistical models*. McGraw-Hill Irwin.
- Long, J. S., & Ervin, L. H. (2000). Using Heteroscedasticity Consistent Standard Errors in the Linear Regression Model. *The American Statistician*, 54(3), 217–224. <https://doi.org/10.1080/00031305.2000.10474549>
- MacKinnon, J. G., & White, H. (1985). Some heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimators with improved finite sample properties. *Journal of Econometrics*, 29(3), 305–325. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(85\)90158-7](https://doi.org/10.1016/0304-4076(85)90158-7)
- Montgomery, D. C. ., Peck, E. A. ., & Vining, G. Geoffrey. (2021). *Introduction to linear regression analysis*. John Wiley & Sons, Inc.

- Mukherjee, D. (2023). *Applied Econometric Analysis Using Cross Section and Panel Data* (D. Mukherjee, Ed.). Springer Nature Singapore. <https://doi.org/10.1007/978-981-99-4902-1>
- Ratigan, D., & Zaleski, P. A. (2024). The Drucker indexes and profitability: a first look. *Business Economics*, 59(2), 78–85. <https://doi.org/10.1057/s11369-023-00347-x>
- Robert Pindyck, & Daniel L. Rubinfeld. (2020). *Microeconomics* (9th Edition).
- Subramaniam, V., Wasiuzzaman, S., Hosen, M., & Lau, E. (2024). Global diversification, profitability and revenue creation: Evidence from an emerging economy. *Business Strategy & Development*, 7(1). <https://doi.org/10.1002/bsd2.352>
- Varian, H. R. . (2014). *Intermediate microeconomics : a modern approach*. W.W. Norton & Company.
- White, H. (1980). A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4), 817. <https://doi.org/10.2307/1912934>
- Wooldridge, J. M. . (2010). *Econometric analysis of cross section and panel data*. MIT Press.
- Wooldridge, J. M. . (2019). *Introductory Econometrics*. Cengage.
- Wooldridge, J. M. . (2025). *Introductory econometrics : a modern approach*. Cengage.